

TEZĂ LA MATEMATICĂ SEM I

CLASA a VIII-a

13 dec 2017

SUBIECTUL I (30p) Pe foaia de teză se trec doar rezultatele.

1. Media geometrică a numerelor $a = (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - 2)$ și $b = (\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + 2)$ este...
2. Multimea soluțiilor inecuației $1 - 2x \geq 0$ este.....
3. În cubul ABCDEFGH măsura unghiului dintre dreptele BG și DG este.....
4. Descompunerea în factori ireductibili a expresiei $4x + 9x^3 - 12x^2$ este...
5. $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} - |1 - \sqrt{2}| =$
6. Dintre numerele $\frac{5}{3\sqrt{2}}$ și $\frac{7}{2\sqrt{3}}$ mai mare este numărul.....

SUBIECTUL II (30p) Pe foaia de teză se trec rezolvările complete:

7. Se consideră numerele $a = \sqrt{7} - \sqrt{2}$ și $b = \sqrt{7} + \sqrt{2}$.
Arătați că numărul $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \in \left(\frac{4}{5}; \frac{6}{5}\right)$.
8. Verificați egalitatea : $1 + (x^2 + x + 3)(x^2 + x + 1) = (x^2 + x + 2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$
9. Se consideră expresia $E(x) = \left(1 + \frac{1}{x-2} - \frac{2}{x+2}\right) \cdot (x^2 - 4) - x^2 + 5x$
 - a) Determinați valorile reale ale lui x pentru care expresia este definită
 - b) Arătați că $E(x) = 4x + 2$
 - c) Determinați $x \in \mathbb{Z}$, pentru care $\frac{6}{E(x)} \in \mathbb{Z}$.
10. Arătați că $\sqrt{x^2 - 6x + 10} \geq 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

SUBIECTUL III(30p) Pe foaia de teză se trec rezolvările complete:

11. Fie dreptunghiul ABCD cu $AB = 4\text{cm}$, $BC = 3\text{cm}$, $\{O\} = AC \cap BD$. Pe planul dreptunghiului se ridică perpendiculara MC, $MC = 12\text{ cm}$.
 - a) Realizați un desen corespunzător ipotezei.
 - b) Calculați $m(\angle(MC, DB))$.
 - c) Calculați $\text{tg}(\angle(MO, (ABC)))$.
 - d) Dacă E este mijlocul segmentului [MA], demonstrați că $EO \perp (ABC)$.
 - e) Demonstrați că $AB \perp MB$.
 - f) Calculați BE.

Barem de corectare

Subiectul I

1. $Mg=1$5p
2. $x \in (-\infty, \frac{1}{2}]$5p
3. 60^05p
4. $x(3x - 2)^2$5p
5. 2.....5p
6. $\frac{7}{2\sqrt{3}}$5p

$$\text{II } 1) \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{\sqrt{7+2}}{\sqrt{7}-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{7-2}}{\sqrt{7}-\sqrt{2}} \quad (1p)$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2\sqrt{7}}{5} \quad (1p)$$

$$\frac{2\sqrt{7}}{5} \in \left(\frac{4}{5}; \frac{6}{5}\right) \Leftrightarrow \frac{4}{5} < \frac{2\sqrt{7}}{5} < \frac{6}{5} \quad (1p)$$

$$\sqrt{16} < \sqrt{48} < \sqrt{36} \quad (1p)$$

$$2) \text{ Not. } x^2 + x = a \Rightarrow 1 + (a+3)(a+1) = (a+2)^2 \quad (3p)$$

$$a^2 + 4a + 4 = (a+2)^2 \quad (2p)$$

Sau prin calcul direct.

$$3) a) x \in \mathbb{R} \setminus \{2; -2\} \quad (5p)$$

$$b) E(x) = 4x + 2 \quad (5p)$$

$$c) 4x + 2 \in D_6 \Rightarrow 4x + 2 \in \{1, -1, 2, -2, 3, -3, 6, -6\} \quad (1p)$$

$$4x \in \{-1; -3; 0; -4; 1; -5; 4; -8\} \quad | :4 \quad (2p)$$

$$x \in \left\{-\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}; 0; -1; \frac{1}{4}; -\frac{5}{4}; 1; -2\right\} \quad (1p)$$

$$\Rightarrow x \in \{0; -1; 1\} \quad (1p)$$

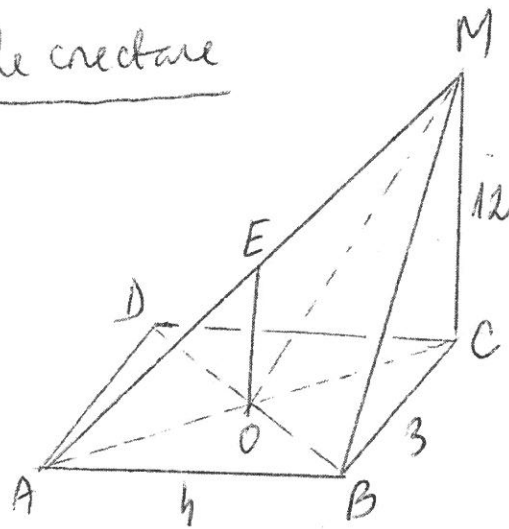
$$4) \sqrt{x^2 - 6x + 10} = \sqrt{x^2 - 6x + 9 + 1} \quad (1p)$$

$$= \sqrt{(x-3)^2 + 1} \quad (2p)$$

$$\text{dar } (x-3)^2 \geq 0 \quad | +1 \quad (1p)$$

$$(x-3)^2 + 1 \geq 1 \Rightarrow \sqrt{(x-3)^2 + 1} \geq \sqrt{1} = 1 \quad (1p)$$

Barem de crectare



a) desen, ip, concl. - 5p

b) $MC \perp (ABC) \text{ (ip) } \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow MC \perp DB \Rightarrow m(\angle(MC, DB)) = 90^\circ$
 $DBC \text{ (ABC)}$

c) $OC = p_r MO \Rightarrow \angle(MO, (ABC)) = \angle(MO, OC) = \angle MOC$ (2p)

$MC \perp (ABC) \text{ (ip) } \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow MC \perp OC \Rightarrow \Delta MCO \text{ dr. in } \hat{C}$ (2p)

$\Rightarrow \tan(\angle MOC) = \frac{MC}{OC}$

$AC = 5 \text{ cm (t.p. in } \Delta ABC \text{ dr.)}; OC = \frac{AC}{2}; OC = \frac{5}{2}$

$\tan(\angle MOC) = \frac{12}{\frac{5}{2}} = \frac{24}{5}$ (1p)

d) E mijl. lui $[MA]$ (ip) } $\Rightarrow EO$ linie mijlocie (2p) in ΔMCA
 O mijl. lui $[AC]$ (prop. dr.)

$\Rightarrow EO \parallel MC$ dar $MC \perp (ABC) \text{ (ip)} \Rightarrow EO \perp (ABC)$ (1p)

e) $AB \perp BC$ (dat. in dr.) (1p)
 $MC \perp (ABC); ABC \text{ (ABC)} \Rightarrow MC \perp AB$ (1p) } $\Rightarrow AB \perp (MCB)$ (1p)
 $AB \cap BC = \{B\}$ (1p) (1p) } $\Rightarrow MBC \text{ (MCB)}$ (1p)
 $\Rightarrow AB \perp MB$

(sau teorema 31)

f) ΔMBA dr. in B (pt. e) } $\Rightarrow BE = \frac{MA}{2}$ (3p)
 BE mediană rel. la ip.

$MA = 13$ (din ΔMCA dr.) $\Rightarrow BE = \frac{13}{2}$ (1p)
 (sau din ΔEOB dr. in O) (1p)